

Résolution variationnelle de la conjecture de Yau-Tian-Donaldson

Projet ANR GRACK

Institut de Mathématiques de Jussieu, 27-29/01/16

Mercredi 27 janvier 2016 (IMJ, salle 1516-101)

- 14h-15h: Hugues AUVRAY (Orsay)
Convexité de la K -énergie le long des géodésiques faibles 1.
- *Pause-café* [15h-15h30]
- 15h30-16h30: Vincent GUEDJ (Toulouse)
Géométrie de l'espace des courants d'énergie finie 1.
- 17h00-18h00: Sébastien BOUCKSOM (Polytechnique)
Résolution variationnelle de la conjecture de Yau-Tian-Donaldson 1.

Jeudi 28 janvier 2016 (IMJ, salle 1525-502)

- 9h30-10h30: Hugues AUVRAY (Orsay)
Convexité de la K -énergie le long des géodésiques faibles 2.
- *Pause-café* [10h30-11h]
- 11h-12h: Vincent GUEDJ (Toulouse)
Géométrie de l'espace des courants d'énergie finie 2.
- *Déjeuner* [12h-14h]
- 14h-15h: Sébastien BOUCKSOM (Polytechnique)
Résolution variationnelle de la conjecture de Yau-Tian-Donaldson 2.
- *Pause-café* [15h-15h30]
- 15h30-16h30: Vincent GUEDJ (Toulouse)
Géométrie de l'espace des courants d'énergie finie 3.

Vendredi 29 janvier 2016 (IMJ, salle 1525-102)

- 9h30-10h30: Hugues AUVRAY (Orsay)
Convexité de la K -énergie le long des géodésiques faibles 3.
 - *Pause-café* [10h30-11h]
 - 11h-12h: Sébastien BOUCKSOM (Polytechnique)
Résolution variationnelle de la conjecture de Yau-Tian-Donaldson 3.
 - *Déjeuner* [12h-14h]
-

Résumés

Convexité de la K-énergie le long des géodésiques faibles (H. Auray)

Dans un article récent, Berman et Berndtsson établissent la convexité de la K-énergie de Mabuchi le long des géodésiques (faibles) entre métriques de Kähler cohomologues, produites par Chen et Błocki. Il s'agira dans cette série d'exposés de rendre compte de leur démonstration, et de détailler comment techniques pluripotentialistes et approximations judicieuses de courants positifs fermés permettent de s'abstraire du manque de régularité des objets en jeu. Nous évoquerons également l'application d'un tel résultat au problème de l'unicité des métriques kählériennes à courbure scalaire constante.

Références:

- R.Berman, B.Berndtsson: Convexity of the K-energy on the space of Kähler metrics and uniqueness of extremal metrics. arXiv:1405.0401.
- Z. Błocki: On geodesics in the space of Kähler metrics. Adv. geom. analysis, 3–19, Adv. Lect. Math. (ALM), 21, Int. Press, Somerville, MA, 2012
- X.-X.Chen: The space of Kähler metrics. J. Differential Geom. 56 (2000), no. 2, 189–234.

Géométrie de l'espace des courants d'énergie finie (V. Guedj)

Le but de cette série d'exposés est d'étudier la géométrie et la topologie de l'espace des courants d'énergie finie. Nous utiliserons cet espace pour donner une caractérisation variationnelle des métriques de Kähler-Einstein, et une caractérisation analytique de leur existence sur une variété de Fano.

Références:

- R.Berman, S.Boucksom, P.Eyssidieux, V.Guedj, A.Zeriahi: Kähler-Einstein metrics and the Kähler-Ricci flow on log Fano varieties. Preprint arXiv:1111.7158
- T.Darvas: The Mabuchi Geometry of Finite Energy Classes. arXiv:1409.2072
- T.Darvas, Y.Rubinstein: Tian's properness conjectures and Finsler geometry of the space of Kähler metrics. arXiv:1506.07129.
- G.Tian: Kähler-Einstein metrics with positive curvature. Inv. Math. 130 (1997), 239–265.

Résolution variationnelle de la conjecture de Yau-Tian-Donaldson (S. Boucksom)

La conjecture de Yau-Tian-Donaldson fait le lien entre l'existence de métriques de Kähler-Einstein (et, plus généralement, de métriques kählériennes à courbure scalaire constante) et la K-stabilité, version limite de la stabilité au sens de la théorie géométrique des invariants en géométrie algébrique. Dans le cas Fano, cette conjecture a été établie récemment par Chen-Donaldson-Sun, Tian, et affinée par Datar-Szekelyhidi. Ces approches sont basées sur une méthode de continuité, et s'appuient en particulier sur la difficile théorie de Cheeger-Colding portant sur les limites Gromov-Hausdorff de variétés riemanniennes. Je présenterai dans cette série d'exposé une nouvelle démonstration due à Berman, Jonsson et moi-même, et qui repose sur une approche variationnelle établissant l'équivalence (dans le cas Fano) entre K-stabilité uniforme et coercivité de la K-énergie.

Références:

- R.Berman, S.Boucksom, M.Jonsson: A variational approach to the Yau-Tian-Donaldson conjecture. arXiv:1509.04561 [
- X.X. Chen, S. K. Donaldson and S. Sun. Kahler-Einstein metrics on Fano manifolds, I, II, III. J. Amer. Math. Soc.(2015).
- V. Datar, G. Székelyhidi. Kähler-Einstein metrics along the smooth continuity method. arXiv:1506.07495.
- G.Tian: K-stability and Kähler-Einstein metrics. Comm. Pure Appl. Math. 68 (2015), no. 7, 1085–1156.